

# 5

# Mathefritz

## Grundlagen der Geometrie

Basiswissen und Grundbegriffe der Geometrie



Meine Mathe-Seite im Internet  
kostenlose Matheaufgaben, Skripte, Mathebücher  
Lernspiele, Lerntipps, Quiz und noch viel mehr  
[http:// www.mathefritz.de](http://www.mathefritz.de)

Copyright © 2008 Mathefritz.de

---

Alle Rechte vorbehalten.

Vervielfältigung nur zu eigenen Zwecken sowie zum Einsatz im Unterricht erlaubt.

Eine Bitte

---

Sollten Sie in diesem Skript Fehler finden, so senden Sie bitte eine e-Mail an [kontakt@mathefritz.de](mailto:kontakt@mathefritz.de).  
Wir sind bemüht, diese so schnell wie möglich zu korrigieren.

**Im Internet finden Sie immer die aktuellste Version.**

Noch geplant:

---

- Weitere Themen
- Lösungen zu allen Aufgaben
- Fortsetzung: allgemeines Bruchrechnen, Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren von Brüchen

**Diese Version**

---

**Versionsnummer: 0.01.01 Versionsdatum: 24.05.2008**

# Inhaltsverzeichnis

---

1.	Unser Handwerkszeug .....	4
2.	Grundlegende Begriffe .....	4
2.1	Koordinatensystem .....	4
2.2	Punkte im Koordinatensystem / Koordinaten eines Punktes .....	5
2.3	Strecke .....	6
2.4	Gerade .....	6
2.5	Strahl .....	7
2.6	Parallel und Senkrecht .....	7
2.7	Konstruktion der Parallelen durch einen Punkt <b>P</b> mit Geodreieck und Lineal .....	9
2.8	Konstruktion der Senkrechten durch einen Punkt <b>P</b> .....	10
2.9	Der Abstand von parallelen Geraden .....	11
3.	Aufgaben zu den bisherigen Grundlagen .....	12
3.1	Aufgabe 1: Punkte und Koordinatensystem .....	12
3.2	Aufgabe 2: Strecken, Abstände und Geraden .....	12
3.3	Aufgabe 3: Parallel und Senkrecht .....	12

Das Arbeitsblatt finden Sie auf der Mathefritz CD ab Klasse 5  
oder demnach im kostenpflichtigen Download-Bereich!

**Muster!**

## Unser Handwerkszeug

Bevor wir richtig loslegen, benötigen wir einige Hilfsmittel für unsere Arbeit:

1. Bleistift
2. Radiergummi
3. Lineal
4. Geodreieck
5. Zirkel
6. ein Rechenheft



Achte darauf, dass der Bleistift immer gespitzt ist.  
Zeichne sauber in dein Heft.

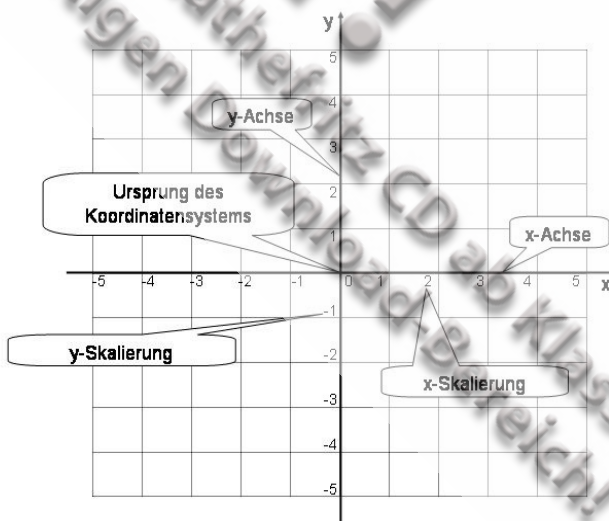
## Grundlegende Begriffe

### Koordinatensystem

**Ein Koordinatensystem ist für uns das Bezugssystem zum Zeichnen von Punkten und anderen geometrischen Objekten.**

Ein Koordinatensystem besteht aus:

- 2 Achsen, der waagrechten x-Achse und der senkrechten y-Achse
- einer Skalenteilung auf der x- und der y-Achse. Diese Skalenteilung wird normalerweise im Heft alle 2 Kästchen eingezeichnet!
- dem Ursprung (Nullpunkt), das ist der Schnittpunkt der x- und der y-Achse.



### **Merke:**

An das rechte Ende der x-Achse sowie an das obere Ende der y-Achse zeichnen wir einen kleinen Pfeil. Betrachte hierzu das abgebildete Koordinatensystem.

## Punkte im Koordinatensystem / Koordinaten eines Punktes

**Punkte geben einen genauen Ort in einem Koordinatensystem an, ähnlich wie auf einer Landkarte. Jeder Punkt wird mit einem großen Buchstaben angegeben. In dem Koordinatensystem unten sind dies die Punkte P und Q.**

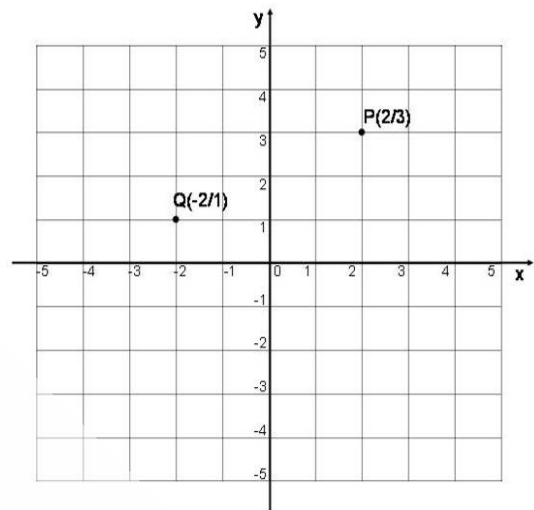
Jeder Punkt ist eindeutig durch eine x-Koordinate und eine y-Koordinate bestimmt.

P(2/3) bedeutet:

Gehe auf der x-Achse 2 Schritte in positiver Richtung (nach rechts) und dann 3 Schritte senkrecht hierzu in die positive y-Richtung (nach oben).

Q(-2/1) bedeutet:

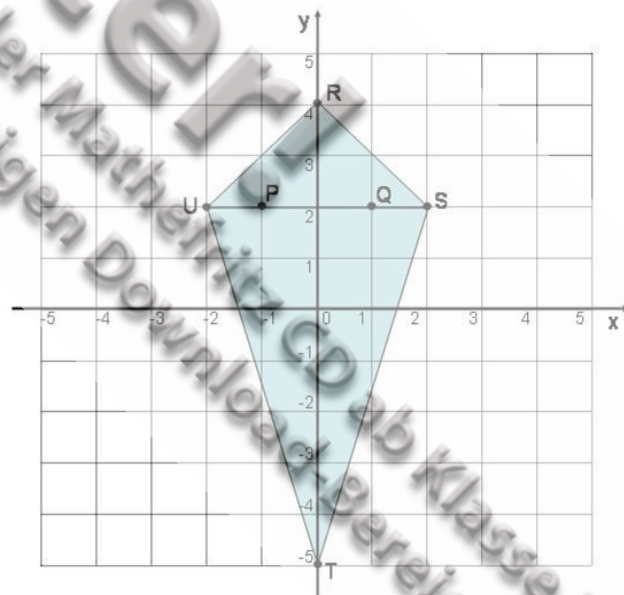
Gehe auf der x-Achse 2 Schritte in negativer Richtung (nach links) und dann 1 Schritt senkrecht hierzu in positive y-Richtung (nach oben).



### Beispiel und Übung

Bestimme die Koordinaten der folgenden Punkte im Koordinatensystem:

- P (     /     )
- Q (     /     )
- R (     /     )
- S (     /     )
- T (     /     )
- U (     /     )



## Strecke

Eine gerade Linie zwischen zwei Punkten heißt Strecke.

### Aufgabe:

Zeichne in das nebenstehende Koordinatensystem die Punkte

$P(2/1)$  und  $Q(4/3)$

Verbinde die Punkte P und Q.

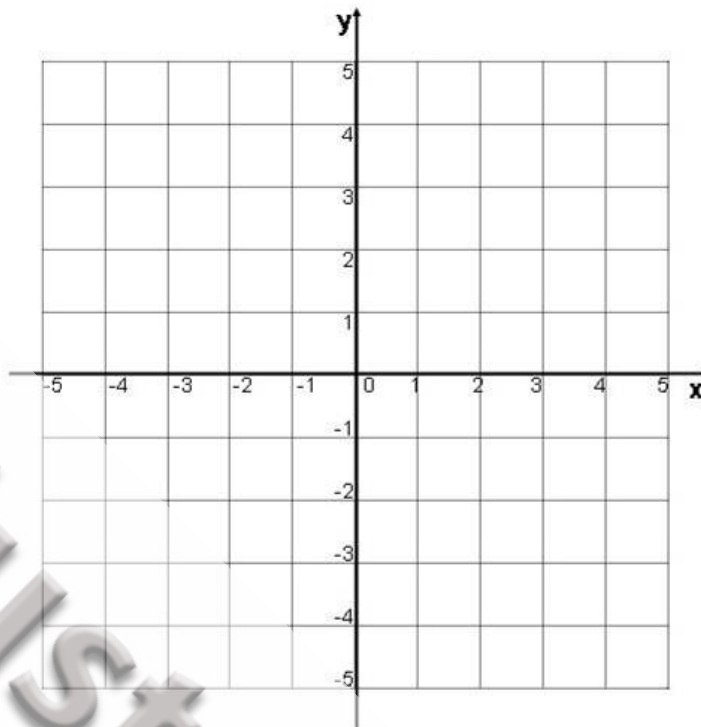
Wir erhalten die Strecke  $\overline{PQ}$ .

### Merke:

Eine Strecke kennzeichnen wir, indem wir Anfangs- und Endpunkt zusammen schreiben, versehen mit einem Strich über den beiden Buchstaben!

### Aufgabe:

Miss die Länge der Strecke  $\overline{PQ}$  mit einem Lineal.



Die Länge einer Strecke  $\overline{PQ}$  heißt auch Entfernung oder Abstand der Punkte P und Q. Die Länge der Strecke wird mit  $|\overline{PQ}|$  bezeichnet.

## Gerade

Eine Gerade ist eine gerade Linie ohne Anfangs und Endpunkt. Geraden werden mit kleinen Buchstaben bezeichnet.

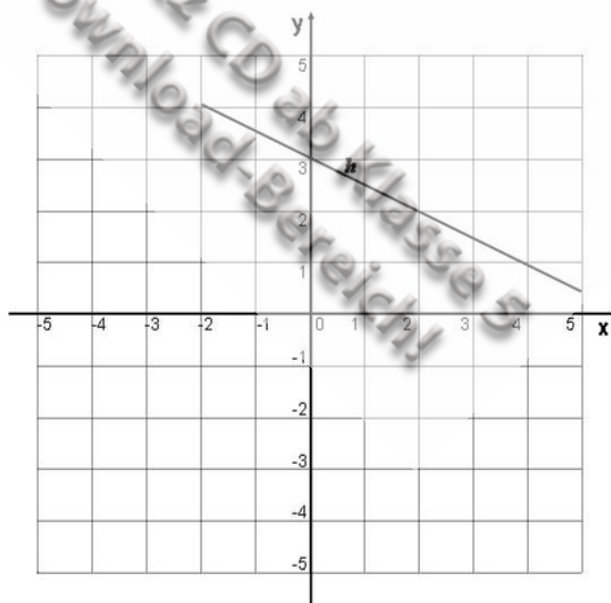
Trotzdem können wir eine Gerade immer nur mit einer bestimmten Länge einzeichnen, da unser Platz begrenzt ist.

### Merke:

Durch zwei verschiedene Punkte gibt es immer nur genau eine Gerade!

### Aufgabe:

Zeichne die Punkte  $P(-2/-2)$  und  $Q(3/3)$  in das nebenstehende Koordinatensystem und zeichne die Gerade  $g$ , die durch beide Punkte verläuft. Bestimme den Schnittpunkt der Geraden  $g$  mit der bereits eingezeichneten Geraden  $h$ .



## Strahl

Ein Strahl ist eine gerade Linie mit einem genauen Anfangspunkt aber ohne Endpunkt.

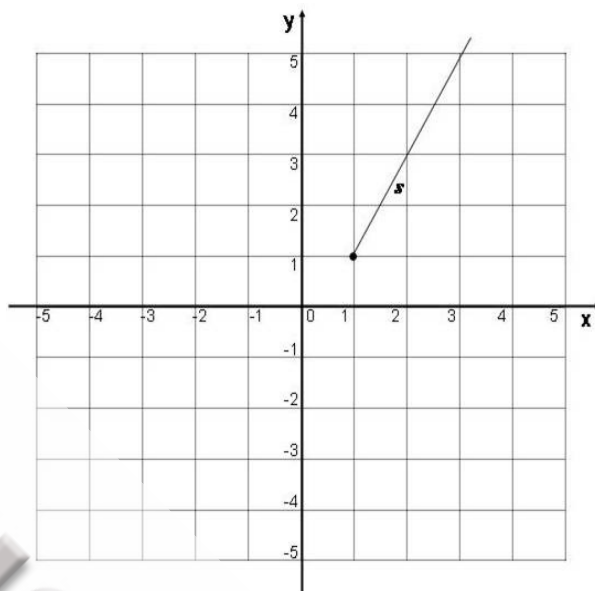
Du kannst dir den geometrischen Begriff „Strahl“ genauso wie den Strahl einer Taschenlampe oder eines Lasers vorstellen. Es gibt die Lichtquelle, dies ist der Anfangspunkt. Der Strahl verläuft dann vom Anfangspunkt unendlich gerade weiter.

Ein Strahl wird durch einen Anfangspunkt sowie einen weiteren Punkt genau beschrieben.

### Aufgabe:

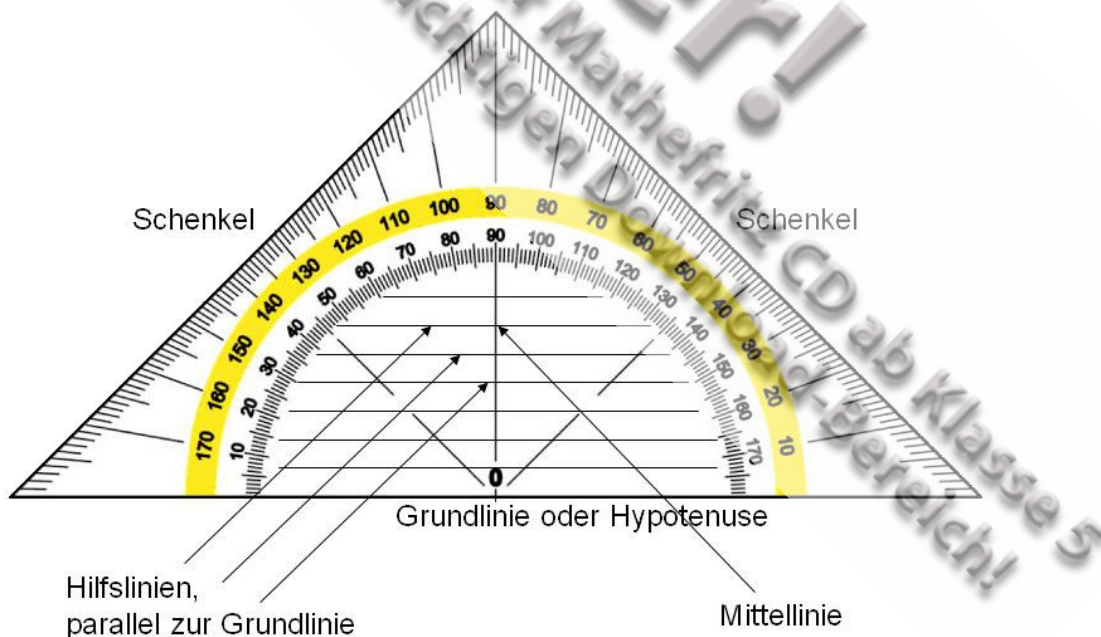
Bestimme den Anfangspunkt sowie einen weiteren Punkt der auf dem Strahl  $s$  liegt.

Anfangspunkt: A (    /    )  
 Weiterer Punkt: B (    /    )



## Parallel und Senkrecht

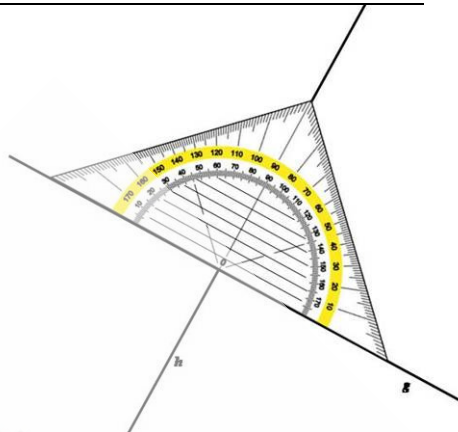
Für die Konstruktion von senkrechten und parallelen Linien benötigen wir unser Geodreieck:



### Wichtig:

Grundlinie und Mittellinie eines Geodreiecks sind zueinander senkrecht!

### Grundkonstruktion einer Senkrechten

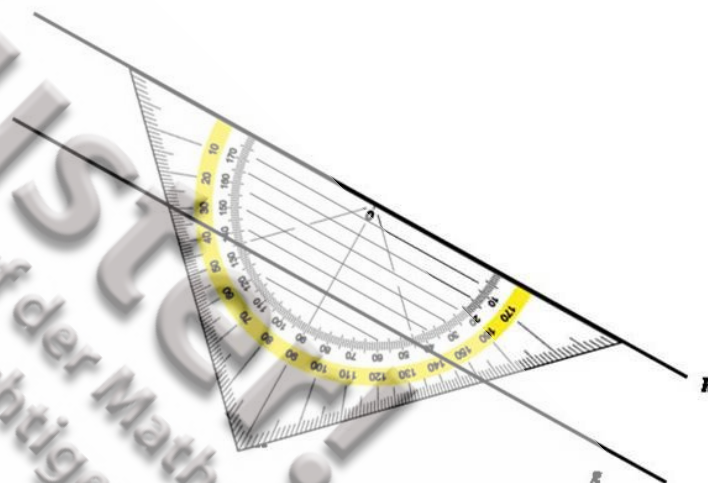


Wir zeichnen eine Senkrechte zu einer Geraden  $h$ , indem wir zunächst die Mittellinie des Geodreiecks auf die Gerade  $h$  legen.

Jetzt zeichnen wir entlang der Grundlinie des Geodreiecks die Gerade  $g$ . Diese ist nun **senkrecht** zu der Geraden  $h$ .

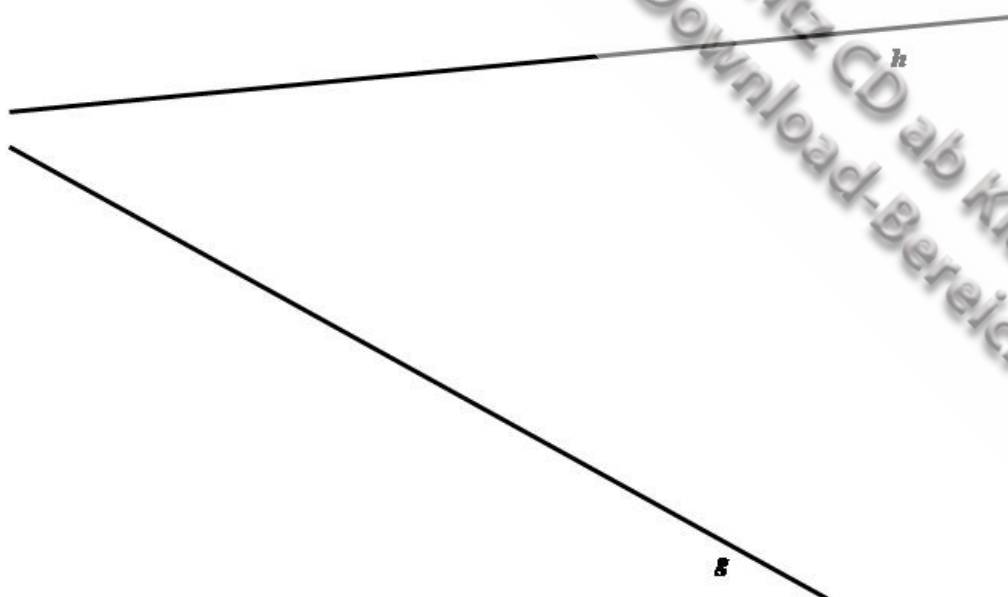
### Grundkonstruktion einer Parallelen

Wir legen das Geodreieck so an, dass eine Hilfslinie auf der Geraden  $g$  liegt. Nun zeichnen wir entlang der Grundlinie des Geodreiecks die Gerade  $h$ . Diese ist parallel zur Geraden  $g$ .



### Aufgabe:

Zeichne eine Parallele zur Gerade  $g$  und eine Senkrechte zur Geraden  $h$ .



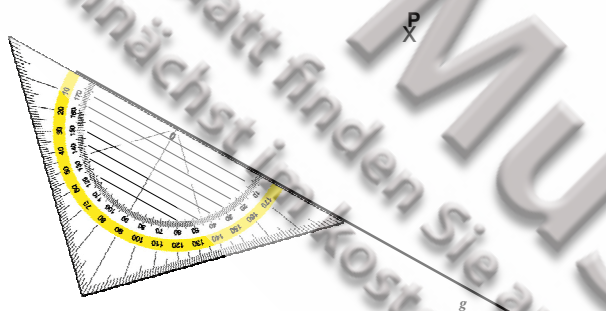


## Konstruktion der Parallelen durch einen Punkt $P$ mit Geodreieck und Lineal

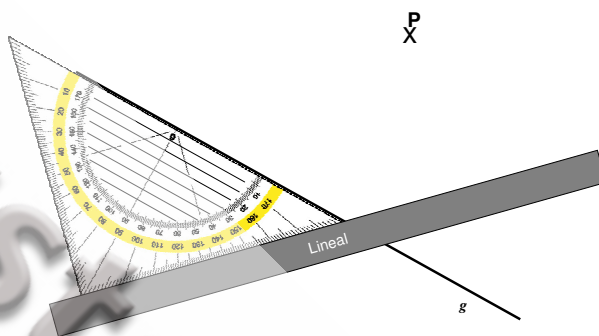
Mit Hilfe eines Lineals können wir eine beliebige Parallelverschiebung durchführen. Um eine Parallele zu der Geraden  $g$  durch den Punkt  $P$  zu zeichnen, gehen wir wie folgt vor:

1. Lege das Geodreieck mit der Grundlinie auf die Gerade  $g$ .
2. Lege das Lineal an den unteren Schenkel des Geodreiecks an.
3. Verschiebe nun das Geodreieck bei fest gehaltenem Lineal entlang des Lineals so lange, bis die Grundlinie des Geodreiecks durch Punkt  $P$  verläuft.
4. Zeichne nun die Gerade  $h$  durch den Punkt  $P$ , indem du entlang der Grundlinie des Geodreiecks eine Linie zeichnest.

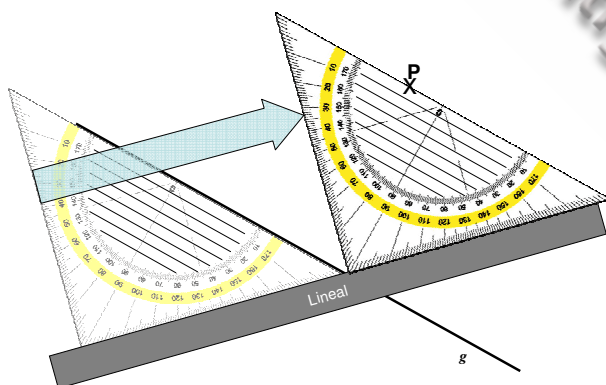
Ausgangssituation, Schritt 1



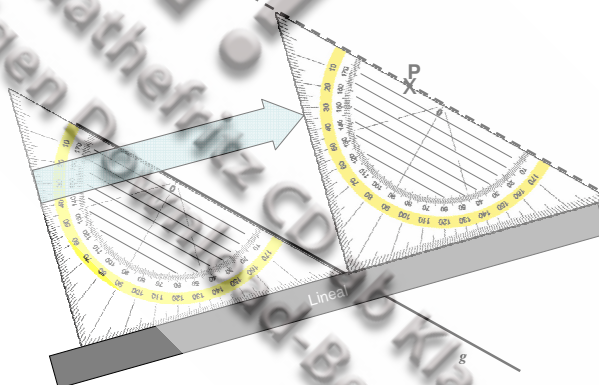
Schritt 2



Schritt 3



Schritt 4



**Wichtig:** Diese Konstruktionsmethode von Parallelen musst du sicher beherrschen!

## Konstruktion der Senkrechten durch einen Punkt P

Für die Konstruktion einer Senkrechten durch einen bestimmten Punkt führen wir folgende Schritte durch:

1. Lege das Geodreieck mit der Mittellinie auf die Gerade  $g$ .
2. Verschiebe nun das Geodreieck in Richtung des Punktes  $P$ , so dass die Mittellinie des Geodreiecks immer auf der Geraden  $g$  liegt, bis der Punkt  $P$  auf der Grundlinie des Geodreiecks liegt.
3. Zeichne nun die Gerade  $h$  durch den Punkt  $P$ .

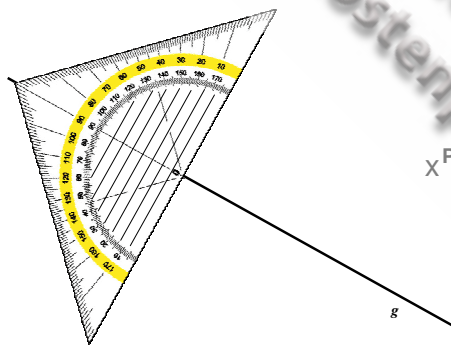
### Merke:

Die senkrechte Strecke von  $P$  bis zur Geraden  $g$  nennt man **Lot**. Die Länge des Lots nennt man **Abstand des Punktes P zur Geraden g**.

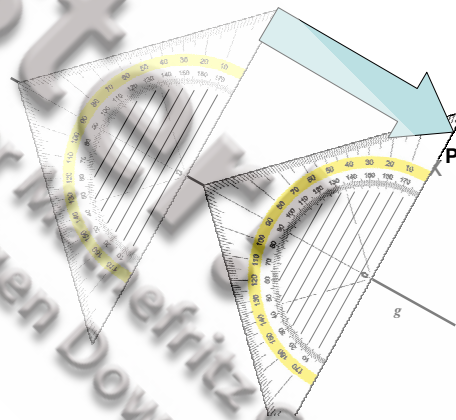
Um den Abstand eines Punktes zu einer Geraden zu bestimmen, muss man also das Lot konstruieren und die Länge des Lots messen.

**Das Lot ist die kürzeste Verbindung eines Punktes zu einer Geraden!**

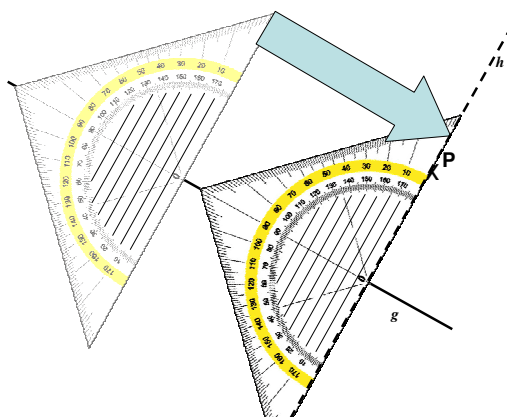
Ausgangssituation, Schritt 1



Schritt 2



Schritt 3



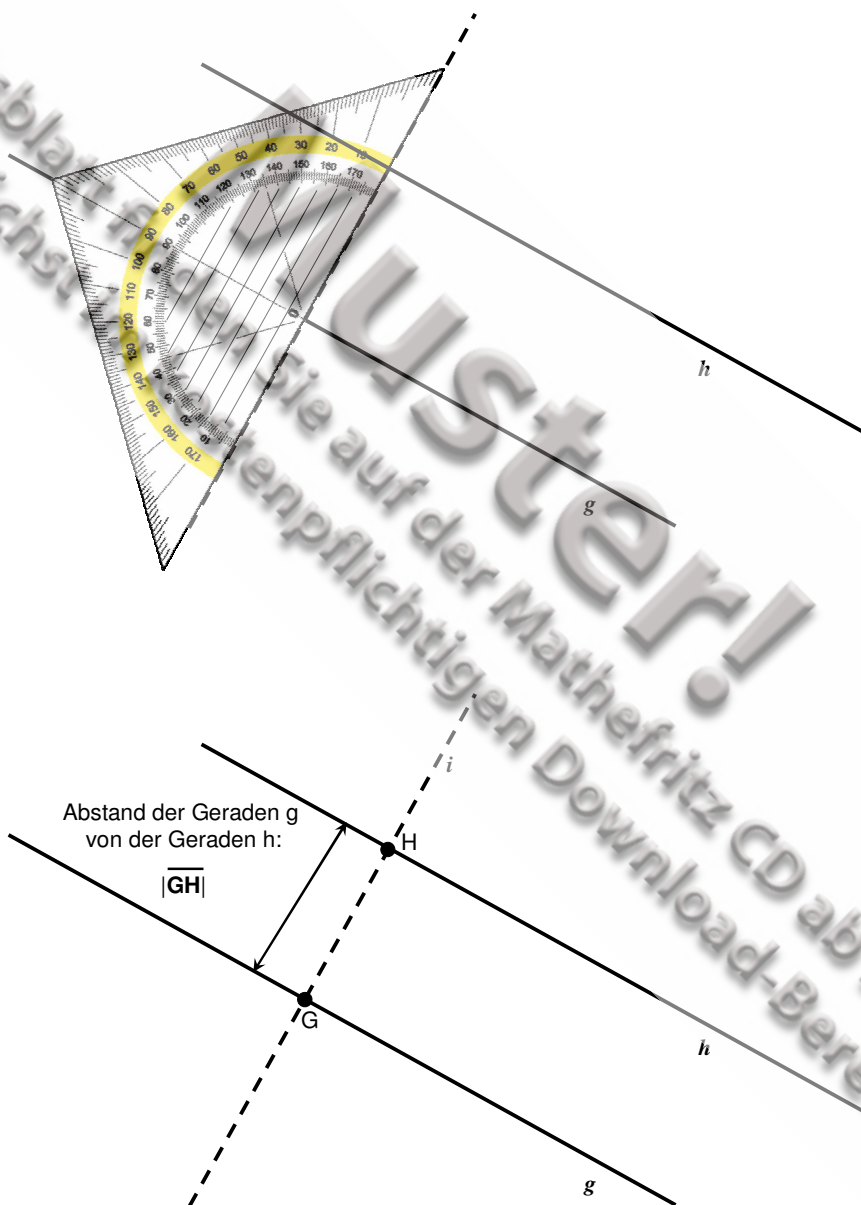
## Der Abstand von parallelen Geraden

Parallele geraden besitzen immer unendlich viele gemeinsame Senkrechte.

### Beispiel:

Wir zeichnen eine beliebige Gerade  $g$  und hierzu eine parallele Gerade  $h$ . Wir zeichnen eine Senkrechte  $i$  zur Geraden  $g$  und erkennen sofort, dass diese Senkrechte ebenfalls zu  $h$  senkrecht ist.

Die Schnittpunkte der neuen Geraden  $i$  nennen wir  $G$  und  $H$ . Die Länge der Strecke  $\overline{GH}$  nennen wir Abstand der Geraden  $g$  und  $h$ .



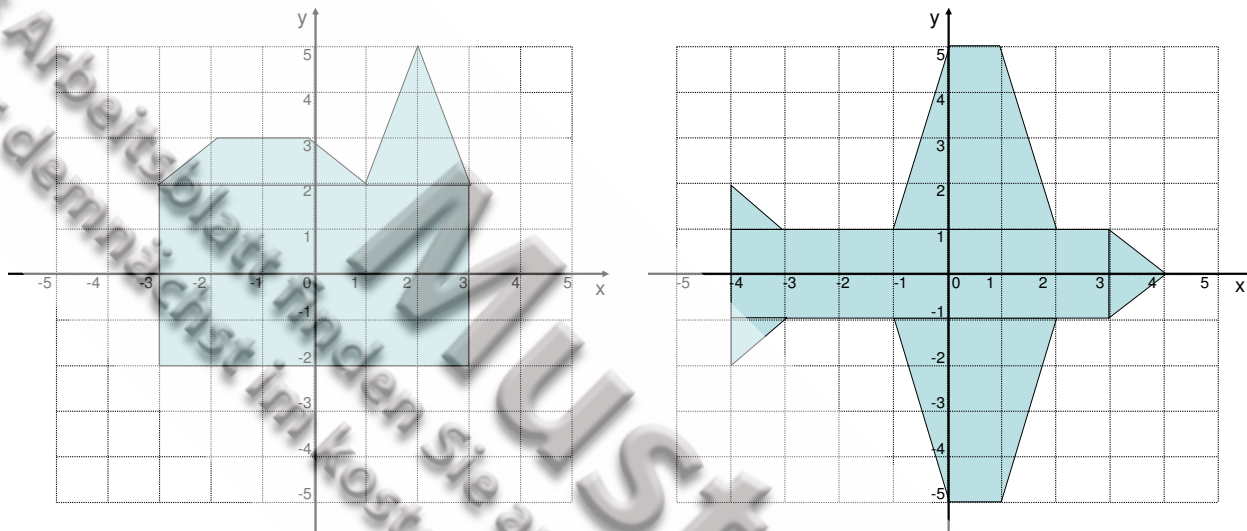
## Aufgaben zu den bisherigen Grundlagen

### Aufgabe 1: Punkte und Koordinatensystem

a) Zeichne ein sauberes Koordinatensystem und trage die folgenden Punkte ein:

P (1/3),      Q (2/4),      R (-2/1)      S (-4/-2)  
 T (2/5)      U (5/2)      V (0/3)      W (-2/0)

b) Benenne die Eckpunkte und bestimme die Koordinaten dieser Punkte bei folgenden Figuren:



### Aufgabe 2: Strecken, Abstände und Geraden

a) Zeichne die folgenden Punkte  $A (-2/1)$ ,  $B (3/2)$ ,  $C (1/4)$ ,  $D (4/1)$ ,  $E (-1/-1)$ ,  $F (-4/1)$  sowie die folgenden Strecken  $\overline{AB}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{EF}$  in ein Koordinatensystem.

b) Bestimme die folgenden Abstände der jeweiligen Punkte:

$|\overline{AB}|$  mit  $A (-1/2)$  und  $B (4/2)$ ,

$|\overline{CD}|$  mit  $C (2/2)$  und  $D (5/3)$

c) Zeichne die Gerade  $g$  durch die Punkte  $P (1/1)$  und  $Q (3/3)$  sowie die Gerade  $h$  durch die Punkte  $R (1/5)$  und  $S (3/-1)$ . Bestimme die Koordinaten des Schnittpunktes  $T$  der beiden Geraden.

### Aufgabe 3: Parallel und Senkrecht

Zeichne jeweils in einem neuen Koordinatensystem!

a) Zeichne die Gerade  $g$  durch die Punkte  $P (-2/1)$  und  $Q (5/3)$ . Zeichne eine Senkrechte zu  $g$  durch den Punkt  $R (3/-2)$ .

b) Zeichne die Gerade  $h$  durch die Punkte  $X (-1/-1)$  und  $Y (3/3)$ . Zeichne eine Senkrechte zu  $h$  durch den Punkt  $Z (0/5)$ .